| № задания | Максимальный балл за задание | Получено |
|---|---|---|
| 1 | 4 | |
| 2 | 5 | 5б |
| 3 | 4 | |
| 4 | 5 | |
| 5 | 3 | 1,5б |
| 6 | 3 | |
| 7 | 7 | |
| 8 | 4 | |
| Итого: | 35 | 6,5 |
| место | | |

Олимпиада по математике для абитуриентов (II тур)

Работа студента Иркутского энергетического колледжа Крушевского Сергея Алексеевича

1 вариант

№2

$\log_2(x^2+5x)+\log_{0,5}\frac{x}{8}+1 \geq \log_2(x^2+4x-5)$

ОДЗ $x^2+5x>0$ $\quad x>0 \quad x>-5$

$\frac{x}{8}>0$ $\quad x>0$

$x^2+4x-5>0$ $\quad x_1=1 \quad x_2=-5$ $\quad (1;+\infty)$

~~$\log_2(x^2+5x)+\log_{0,1}\frac{8}{x}\cdot 2 \geq$~~

$\log_2(x^2+5x)-\log_2\frac{x}{8}+\log_2 2 \geq \log_2(x^2+4x-5)$

$\log_2\left(\frac{x^2+5x}{1}\cdot\frac{8}{x}\cdot\frac{2}{1}\right) \geq \log_2(x^2+4x-5)$ $\quad$ Проверка: $x=2$

$\log_2\frac{x(x+5)\cdot 8\cdot 2}{x} \geq \log_2(x^2+4x-5)$ $\quad 112 \geq 7$;

$x=17$

$\log_2 16x+80 \geq \log_2(x^2+4x-5)$ $\quad 352=352$

$16x+80 \geq x^2+4x-5$

$-x^2+12x+85 \geq 0$

$D=484 \quad \sqrt{484}=22$

$x_1=-5 \quad x_2=17$



$[1;17]$

$2+17=19$

Ответ: 19

+ 5б

$$\begin{cases} 4\cos^2 x - 4\cos - 3 = 0 \\ \sqrt{-6\sin x} = 0 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} \cos x = \frac{3}{4} \\ \left[ \begin{array}{l} x = -\pi \\ x = \pi \end{array} \right. \end{cases}$$

Ответ: $-\pi$

0,5

(1) $(\log_3 x + \log_x 3 + 2)(\log_3 x - \log_{3x} x) = 6$

$\log_2 32 + 80 \geq \log_2 7$

$112 \geq 7$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 17 \\ \hline 112 \\ +16 \\ \hline 272 \\ +80 \\ \hline 352 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 17 \\ \times 17 \\ \hline 119 \\ +17 \\ \hline 289 \\ +68 \\ \hline 352 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 17 \\ \times 4 \\ \hline 68 \end{array}$$

(5) $\dfrac{8^x + 2^x}{4^x - 2^x} < 5 \qquad \dfrac{2^{3x} + 2^x}{2^{2x} - 2^x} < 5$

$2^x = t,\ t > 0 \qquad \dfrac{t^3 + t}{t^2 - t} < 5 \qquad \dfrac{t(t^2+1)}{t(t-1)} < 5 \qquad \dfrac{t^2+1}{t-1} < 5$

$\begin{cases} t^2 + 1 = 0 \\ t - 1 \neq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} t^2 + 1 = 0 \\ t - 1 \neq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} t^2 = -1 \text{ нет решений} \\ t \neq 1 \end{cases}$

$\begin{cases} t^2 + 1 < 5 \\ \dfrac{t^2 + 1 - 5t + 5}{t - 1} < 0 \end{cases} \qquad \dfrac{t^2+1}{t-1} - 5 < 0 \qquad \dfrac{t^2 - 5t + 6}{t - 1} < 0$

$-5 \qquad 1$

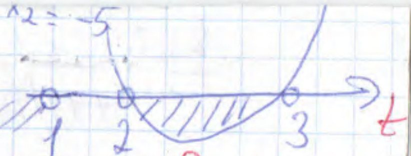
$D = 16 + 20 = 36$

$x_1 = \dfrac{-4 + 6}{2} = 1 \qquad \sqrt{36} = 6$

$x_2 = -5$

$t^2 - 5t + 6 < 0 \qquad D = 25 - 24 = 1.$

$t_1 = \frac{5+1}{2} = 3 \qquad t_2 = \frac{5-1}{2} = 2$




$t - 1 < 0 \quad 1)\ t < 1 \qquad 2)\ 2 < t < 3$

Далее решить нер-ва

1) $2^x < 1$

2) $2 < 2^x < 3$

ОДЗ: $16x + 80 > 0 \qquad 16x > -80 \qquad x > -5 \qquad (1; +\infty)$

$x^2 + 4x - 5 > 0 \qquad x_1 = -5 \quad x_2 = 1$

$+ \cancel{\log_2 1 \frac{x}{8}} \cancel{+ \log_2 2} = - \log_2 \frac{x}{8}$

1

1,58

2) $\log_2 (x^2 + 5x) + \log_{0,5} \frac{x}{8} + 1 \geq \log_2 (x^2 + 4x - 5)$

$\log_2 (x^2 + 5x) - \log_2 \frac{x}{8} + \log_2 2 \geq \log_2 (x^2 + 4x - 5)$

$\log_2 \frac{x^2 + 5x}{1} \cdot \frac{8}{x} \cdot 2 \geq \log_2 (x^2 + 4x - 5)$

$\log_2 \frac{\cancel{x}(x+5) \cdot 8 \cdot 2}{\cancel{x}} \geq \log_2 (x^2 + 4x - 5)$

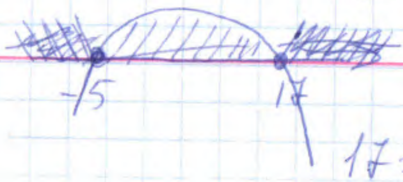
$\log_2 16x + 80 \geq \log_2 (x^2 + 4x - 5)$

$16x + 80 \geq x^2 + 4x - 5 \qquad -x^2 + 12x + 85 \geq 0 \qquad D = 144 + 340 = 484$

$\sqrt{484} = 22$

$x_1 = \frac{-12 + 22}{-2} = \frac{10}{-2} = -5 \qquad x_2 = \frac{-12 - 22}{-2} = 17$

$\begin{array}{r} 23 \\ \times 23 \\ \hline 69 \\ 46 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 22 \\ \times 22 \\ \hline 44 \\ 44 \\ \hline 484 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 85 \\ \times 4 \\ \hline 340 \\ +144 \\ \hline 484 \end{array}$




~~$[-5; 17]$~~

~~Проверка:~~


$[1; 17]$

$17 + 2 = 19$

Ответ: 19

$\log_2(x^2+5x) + \log_{0,5}\frac{x}{8} + 1 \geqslant \log_2(x^2+4x-5)$  $D=1$

ОДЗ: $x^2+5x>0$  $x>0$  $x>-5$  $4\cos^2 x = 8\cos x - 4\cos x$

$(4\cos x - 3)\sqrt{-6\sin x}$

$\frac{x}{8}>0$  $x>0$

$x^2+4x-5>0$  $x_1=1$  $x_2=-5$  $-5$  $1$  $(1;+\infty)$

$\cancel{\left(\log_3 x + \frac{1}{\log_3 x} + 2\right)\left(\log_3 x - \log_x x^2 - \frac{1}{\log_x 3+1}\right)}$

1) $\left(\frac{1}{\log_x 3} + \log_x 3 + 2\right)\left(\frac{1}{\log_x 3} - \frac{1}{\log_x 3x}\right) = 6$

$\log_x 3 = t$  $\log_x 3x = \log_x 3 + \log_x x$

$\cancel{\left(\frac{1}{t} + t + 2\right.}$  $\left(\frac{1}{\log_x 3} + \log_x 3 + 2\right)\left(\frac{1}{\log_x 3} - \frac{1}{\log_x 3 + 1}\right) = 6$  $1$

$\left(\frac{1}{t} + \frac{t}{t} + 2\right)\left(\frac{1}{t} - \frac{1}{t+1}\right) = 6$  $\frac{1}{t+1} = \frac{1}{t} + 1$

$\left(\frac{1+t^2+2t}{t}\right)\left(\frac{t+1-t}{(t+1)t}\right) = 6$  $t^2+t$  $\frac{1+t^2+2t}{t^3+t^2} - 6 = 0$

$\cancel{6t^3+6t^2}$

$1+t^2+2t$  $\cancel{1+t^2+2t = 6t^2(t+1)}$